

## Shannon-Wiener 指数的改进

洪 伟 吴承祯

(福建林学院, 南平 353001)

**摘要** 针对多样性测定的 Shannon-Wiener 指数缺陷, 运用分形理论, 建立一个测定多样性的新的 Shannon-Wiener 指数, 并推导了 Shannon-Wiener 新指数的均匀度公式。应用武夷山国家自然保护区的米槠群落多样性调查的 100—1 500 m<sup>2</sup> 不等的样地资料进行 Shannon-Wiener 新指数及其均匀度的测定, 结果表明, 新指数能客观表征多样性特性, 是一个可供应用的新模型。

**关键词** 多样性测定; 分形维数; 物种多样性

中图分类号 Q94-332

## MODIFICATION OF SHANNON-WIENER INDEX

Hong Wei Wu Chengzhen

(Fujian Forestry College, Nanping 353001)

**Abstract** In this paper, a new modified Shannon-Wiener index for measuring species diversity is established by using fractal theory, and the evenness formula is deduced. The new index and the evenness were used in measuring the species diversity of *Castanopsis carlesii* community with an area of 100 m<sup>2</sup> to 1500 m<sup>2</sup> in Wuyishan National Nature Reserve. The results showed that the new index could objectively reflect the property of species diversity, and that is worthy of application in practice as a new model.

**Key words** Diversity measurement; Fractal dimension; Species diversity

物种多样性能表征生物群落和生态系统的结构复杂性; 体现群落的结构类型、组织水平、发展阶段、稳定程度和生境差异, 具有重要的生态学意义。因此, 引起生态学家们对多样性研究的关注和极大兴趣, 并相继提出了许多定量描述多样性的模型, 例如, Simpson<sup>[1]</sup>将物种数目及个体分配均匀度两者综合, 提出了 Simpson 多样性指数; Maltosh<sup>[2]</sup>提出一种几何方法测定多样性; Hendrickson 和 Ehrlich(1971)<sup>[3]</sup>及 Pielou<sup>[4]</sup>把 Simpson 多样性加以修改, 提出体现物种间的生态位对多样性的影响作用的多样性指数。其中 Shannon-Wiener 根据信息论知识, 提出的多样性计算公式 Shannon-Wiener 指数(简称 S-W 指数)影响最大<sup>[5-9]</sup>。金翠霞等<sup>[5]</sup>在青海草甸生态系统绳类群落的多样性测定方法的对比中, 据野外调查和直观经验, 认为 S-W 指数比较符合实际情况, 较 Simpson 指数和相遇机率为合适。彭少麟<sup>[10]</sup>对南亚热带常绿阔叶林群落分

福建省自然科学基金资助项目。

1998-03-03 收稿; 1998-11-04 修回

析, 也得到基本一致的认识。可见, S-W 指数由于既体现物种数量又体现物种个体的分布状况而显示其优越性和实用性, 但是笔者认为 S-W 指数也存在不足之处。本文将针对其问题提出改进, 建立一个新的指数—Shannon-Wiener 新指数。

## 1 问题的提出

S-W 指数:  $D = \sum_{i=1}^r P_i \ln P_i$ , 其中  $P_i$  属于第  $i$  物种个体的十分数;  $r$  为物种数。该公式也可以转化为  $D = 3.3219(\lg N - \frac{1}{N} \sum n_i \lg n_i)$ , 式中:  $N$  为所有物种个体总数;  $n_i$  为第  $i$  物种个体数。

从上述两个公式可以看出, 测定多样性时, 既要考虑物种的数量  $r$ , 又要考虑每个物种的个体数。从前人的许多研究来看, 都认为多样性随时间变化, 也随空间变化, 且它们的变化趋势明显。对于多样性随空间变化而言, 许多生态学家只注意到某一梯度的大变化范围的影响, 而对于具体测定某一群落的某一梯度的小范围变化, 即样地面积的大小的变化对多样性大小的影响注意不够<sup>[3]</sup>。从许多学者的研究中都可以看出, 样地面积大小对定量描述的多样性值将产生较大影响。由于样地面积大小不一致, 一方面可能未充分反映该群落的多样性, 另一方面也不便于对前人的许多多样性研究进行比较。因此希望能有一个测定公式, 既能体现 S-W 指数的优点又能克服样地面积大小对多样性测定值产生影响的新的多样性指数。

## 2 Shannon-Wiener 新指数

B. B. Mandelbrot 总结了自然界中非规整几何图形之后, 于 1975 年第一次提出分形这一概念。从数学的观点看, 在分形中产生了从欧氏测度到豪斯道夫测度的转变, 在物理上表现为量纲的转变, 这是分形理论的主要特征<sup>[11-13]</sup>, 它为描述复杂性问题提供了一个得力的方法。分形的核心是自相似性, 分形的特征量是分数维。Hausdorff 定义分数维:  $D_0 = \lim \frac{\ln N(L)}{\ln L}$  (1)

在自然界中具有自相似层次的现象十分普遍。某一特定的群落在相同地带中以及同一环境梯度下, 其物种分布根据全息生物学理论<sup>[14]</sup>, 可以认为其具有自相似性, 即同一群落中, 不同组成地段的物种组成及种类分布均匀状况具有自相似性, 可视其为一个分形。但在传统多样性测定方法中, 往往忽视这一自然现象, 采取人为方法确定多样性测定的具体调查面积, 从而出现两种可能: 1) 面积过大, 虽然反映了物种的分布规律, 但浪费人力、物力和财力; 2) 面积过小, 则不能反映群落中所有物种的分布, 多样性测定不准确。为此, 本文试图利用森林群落中物种分布具有自相似性这一客观存在的自然现象, 建立一个新的多样性指数—Shannon-Wiener 新指数, 以克服用传统多样性测定方法测定时存在的上述两种缺陷。

由于物种在森林群落中的分布可以视为一个分形, 那么, 在整个分形内以任一点为原点, 设置一个边长为  $L$  的正方形, 在这个正方形内分形所占有的物种个数记为  $N(L)$ , 显然  $N(L)$  随着边长  $L$  的增大而不断增大(但存在一个极限)。对抽取的正方形样地面积内的物种进行编号, 并计它们在分形中落入该正方形样地中的概率为  $P_i$ , 那么用边长为  $L$  的正方形样地面积进行抽样所测算的平均多样性信息量为  $I = -\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i$  (2)

如果用信息量  $I$  取代  $N(L)$  的对数，根据分维数定义有<sup>[13]</sup>：

$$D_1 = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{N(L)}{\ln L} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{-\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i}{\ln L} \quad (3)$$

而  $N(L)$  可写成如下形式： $N(L) = \Sigma \rho(\alpha)$ ,  $0 \leq |\alpha \sin \theta|, \alpha \cos \theta | \leq L$  (4)

式中： $\alpha$  为物种在群落中的位置矢量， $\theta$  为位矢的极角， $\rho(\alpha)$  为一参数。它的取值规则如下：若一个物种在抽样面积中，则与它相应的  $\rho(\alpha)=1$ ；否则， $\rho(\alpha)=0$ 。笔者将测量值即 (3) 式称为多样性测定的 Shannon-Wiener 新指数。这里定义  $L=S^{0.5}$  ( $S$  为多样性测定的调查面积)，因此，随着调查面积的增大， $L$  值随之增大。由于  $L$  尺度越大，该正方形面积下抽样得到的物种数也随之增加，但存在一个极限，这与群落物种组成及群落调查实践相一致。

笔者构造的新指数，其测量值可以看成是 S-W 指数的一种改进形式，它是 S-W 指数值的  $1/\ln L$  倍。但是 S-W 指数公式是假定该指数取样应来自无限总体，而在调查的实际工作中是难以做到的，也就是说并非真正在满足假设的条件下取样和测定其 S-W 指数值，因而与现实系统多样性存在偏差。本文所提出的 S-W 新指数取样并不需要满足这样的假设，只需对它求极限，以寻求真实的多样性值，从而减少与现实系统的偏差。因此 S-W 新指数测定多样性不仅考虑物种总数和个体的分布状况，而且在考察多样性时，是在标准的  $1/\ln L$  单位面积下同等测定，并求其多样性指数的稳定值(极限值)，使多样性的测定更加合理，更具有可比性。

### 3 Shannon-Wiener 新指数的测定方法

上述定义明确指出用 (3) 式测定群落的多样性，但其具体测定是比较困难的。为此，使用 Sandbox 的实验方法以及数据处理方法来求解其测定值<sup>[12]</sup>。当用一个特定  $L$  测定  $D_1$  时，有：

$$D_1 = \frac{-\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i}{\ln L} \quad (5)$$

即有  $-\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i = D_1 \ln L$ ，不难看出  $D_1$  是  $-\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i$  和  $\ln L$  的实验直线的斜率，因此，要测定  $D_1$  即

可用回归分析方法。

取定  $L_j$  值 ( $j=1, 2, \dots, p$ )，可以得到一组  $\{(-\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i)_j, \ln L_j\}$ ，按照回归分析的要求，有

$$\sum_{j=1}^p \left\{ \left( -\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i \right)_j - D_1 \ln L_j \right\}^2 = \min \quad (6)$$

由此应用回归分析法可以得到：

$$D_1 = \frac{\sum_{j=1}^p \left( -\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i \right)_j \ln L_j}{\sum_{j=1}^p (\ln L_j)^2} \quad (7)$$

综上所述，(7) 式即为 (3) 式的数据处理公式以及 S-W 新指数测量值。

### 4 Shannon-Wiener 新指数均匀度推导

均匀度指样地中各物种的多度的均匀程度，即每物种个体数间的差异。其计算通常用观察多样性和最高多样性的比值来表示。最高多样性即所有种的多度都相等时的多样性。因此为推

导出 S-W 新指数均匀度, 必须求出最高多样性 S-W 新指数。

当各物种在分形中出现的概率相等时, 即  $P_i = 1/N(L)$ , 此时

$$D_1 = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{-\sum_{i=1}^{N(L)} P_i \ln P_i}{\ln L} \text{ 即为 S-W 新指数最高多样性。}$$

$$\text{事实上, 由于 } P_i = 1/N(L), \text{ 有 } D_1 = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{-\sum_{i=1}^{N(L)} \frac{1}{N(L)} \ln \frac{1}{N(L)}}{\ln L} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\ln N(L)}{\ln L} = D_0$$

即在等概率的情况下, S-W 新指数与豪斯道夫维数  $D_0$  相等<sup>[13]</sup>。

$$\text{于是有豪斯道夫测量维数: } D_0 = \frac{\ln N(L)}{\ln L}$$

同样采用 Sandbox 实验方法和回归处理方法求解  $D_0$ , 即  $D_0$  为  $\ln N(L) - \ln L$  图中实验直线的斜率, 按回归分析要求, 有  $\sum_{j=1}^p [\ln N(L_j) - D_0 \ln L_j]^2 = \min$ , 由此解出

$$D_{\max} = D_0 = \frac{\sum_{j=1}^p \ln N(L_j) \ln L_j}{\sum_{j=1}^p (\ln L_j)^2} \quad (8)$$

$$\text{所以, Shannon-Wiener 新指数的均匀度指数为: } E = \frac{D_1}{D_0} = \frac{\sum_{j=1}^p \left( \sum_{i=1}^{N(L_j)} P_i \ln P_i \right) \ln L_j}{\sum_{j=1}^p \ln N(L_j) \ln L_j} \quad (9)$$

## 5 Shannon-Wiener 新指数的应用实例

武夷山国家级自然保护区位于福建省武夷山、建阳、光泽、邵武四县(市)交界处, 北部与江西毗连。地处北纬  $27^{\circ}33' - 27^{\circ}54'$ , 东经  $117^{\circ}27' - 117^{\circ}51'$ , 东西宽 22 km, 南北长 52 km, 总面积 565.27 km<sup>2</sup>。该区位于武夷山北段, 平均海拔 1200 m, 属中山地貌。该区保存着较为完整的中亚热带常绿阔叶林, 该区的森林群落绝大多数都属于天然原始林, 它是我国中亚热带季风气候区的地带性植被。本文选择地带性植被米槠 (*Castanopsis carlesii*) 群落为研究对象, 探讨多样性测定的 S-W 新指数的具体应用。

在 1996 年 6 月对武夷山米槠群落进行全面踏查的基础上, 采用相邻格子法抽样技术, 选择有代表性的米槠群落设置样方, 样方大小为 10 m × 10 m。在样地取样时按正方形布置样方, 并由中心开始向四周逐渐扩展进行。考虑到亚热带常绿阔叶林最小表现面积为 1200 m<sup>2</sup>, 本文取样面积为 1500 m<sup>2</sup>。测定每个样方的乔木、灌木、幼苗幼树和层间植物及草本植物的种类、高度、胸径(>5 cm)、株数、盖度等指标, 并记录样地的立地因子。现以乔木层物种多样性测定为例说明 S-W 新指数的具体应用。

根据调查资料, 可以得到如下分组资料(表 1)。从表中计算可以看出, 当抽样面积从 100 – 1500 m<sup>2</sup> 不等时, S-W 指数在 1.544 – 2.268 不等, 后者是前者 1.468 倍。因此可以看出, 当用 S-W 指数测定群落物种多样性时, 其值大小受样地面积影响很大。应用表 1 数据及公式(7)和(9)可以计算得到武夷山国家级自然保护区米槠群落不同抽样面积下乔木层物种多样性 S-W 新指数值及相应的均匀度(表 1)。结果表明, 当样地面积大于 1200 m<sup>2</sup> 后, S-W 新指数及相应

的均匀度趋于收敛(表1)，且米槠群落物种多样性S-W新指数值是S-W的 $1/\ln L$ 极限。据野外调查和直观分析可以认为改进的指数能客观反映群落物种多样性特征。武夷山自然保护区米槠群落物种多样性较丰富( $D_1=0.616$ )，且物种分布较均匀( $E=0.643$ )。

表1 调查计算结果  
Table 1 The results of calculation

数据组 Data group of investigation															
L	10.00	14.14	17.32	20.0	22.36	24.49	26.46	28.28	30.00	31.62	33.17	34.64	36.06	37.42	38.73
lnL	2.300	2.649	2.852	2.996	3.107	3.198	3.276	3.342	3.401	3.454	3.502	3.545	3.585	3.622	3.657
I	1.544	1.692	1.775	1.848	1.903	1.946	1.986	2.021	2.052	2.268	2.105	2.129	2.150	2.259	2.249
N(L)	7	9	12	15	19	21	22	25	26	30	30	31	32	33	33
D <sub>1</sub>										0.622	0.619	0.617	0.616	0.616	0.616
E										0.652	0.648	0.645	0.643	0.643	0.643

$$I = -\sum P_i \ln P_i$$

## 6 讨论

前人在应用多样性指数测定多样性时，普遍认为S-W指数较合理<sup>[5-10]</sup>，但S-W指数的测定值与取样面积有关，从表1中可以看出当抽样面积为100—1500 m<sup>2</sup>时，S-W指数在1.544—2.268不等，因此，用S-W指数测定多样性时，其值大小受取样面积影响较大。为克服取样面积对多样性测定的主观影响，本文运用分形理论，建立一个新的多样性指数，并推导其S-W新指数的均匀度。

前人研究认为：作为一个多样性指数，希望具有三种特性：(1)对所给定的种类数r，当每一物种的个体数均等于P<sub>i</sub>时，即P<sub>i</sub>=1/r，则具有最大多样性指数值；(2)在两个完全均匀的群落中，具有较多种类的群落具有较高的多样性指数；(3)当一个群落中的个体可以分属于不同等级的分类单位时，则不同等级的多样性指数的和即为该群落的多样性指数<sup>[5]</sup>。新建立的多样性指数(Shannon-Wiener新指数)具有以上三种特性，武夷山国家级自然保护区米槠群落乔木物种多样性测定结果也表明S-W新指数与实际情况符合。因此，S-W新指数是一个值得应用的模型。

## 参考文献

- 1 Simpson E H. Measurement of diversity. *Nature*, 1949, 163:688
- 2 McIntosh R P. An index of diversity and relation of certain concepts to diversity. *Ecology*, 1967, 48:392—404
- 3 赵惠勋主编. 群体生态学. 哈尔滨：东北林业大学出版社，1990, 165—167
- 4 Pielou E C. Ecological Diversity. Wiley-Interscience, New York, 1975
- 5 金翠霞，吴亚. 群落多样性测定及其应用的探讨. 昆虫学报, 1981, 24(1):28—31
- 6 皮洛 E C. 卢泽愚译. 数学生态学引论. 北京：科学出版社，1981
- 7 查普曼 S B等. 阳含熙等译. 植物生态学的方法. 北京：科学出版社，1981
- 8 彭少麟，王伯荪. 鼎湖山森林群落分析 I. 物种多样性. 生态科学, 1983, (1):11—17
- 9 彭少麟，陈章和. 广东亚热带森林群落物种多样性. 生态科学, 1983, (2):68—104
- 10 彭少麟. 森林群落物种多样性变因及生态效益和经济效益的关系. 生态学杂志, 1987, 6(3):35—38
- 11 Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature. Freeman W H, New York, 1982
- 12 董连科编著. 分形理论及其应用. 沈阳：辽宁科学技术出版社，1991, 126—130
- 13 仪垂祥编著. 非线性科学及其在地学中的应用. 气象出版社，1995, 226—258
- 14 叶永在编著. 全息生物学原理与应用. 福州：福建科学技术出版社，1988, 1—326